# BAB V

# PROPOSISI LANJUTAN

**TUJUAN PRAKTIKUM**

1. Memahami tentang Inferensi
2. Memahami tentang Argumentasi dan proposisi
3. Memahami dan menyelesaikan permasalahan Inferensi

**TEORI PENUNJANG**

## A. Konsep Logika Matematika

Logika matematika adalah sebuah alat untuk bekerja dengan pernyataan (statement) majemuk yang rumit.

Termasuk di dalamnya :

- Bahasa untuk merepresentasikan pernyataan.
- Notasiyang tepat untuk menuliskan sebuah pernyataan.
- Metodologi untuk bernalar secara objektif untuk menentukan nilai benar-salah dari pernyataan.
- Dasar-dasar untuk menyatakan pembuktian formal dalam semua cabang matematika

## B. Inferensi

Inferensi adalah proses penarikan kesimpulan dari beberapa derat proposisi. Di dalam kalkulus proposisi, terdapat sejumlah kaidah inferensi, beberapa di antaranya adalah sebagai berikut:

1. **Modus Ponen** atau ***law of detachment***

Kaidah ini didasarkan pada tautologi $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$, yang dalam hal ini, $p$ dan $p \rightarrow q$ adalah hipotesis, sedangkan $q$ adalah konklusi. Kaidah modus ponen dapat ditulis dengan cara:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore\ q \end{array}$$

Simbol $\therefore$ dibaca sebagai “jadi” atau “karena itu”. Modus ponen menyatakan bahwa jika hipotesis *p* dan dan implikasi $p \rightarrow q$ benar, maka konklusi *q* benar.

Contoh :
Terdapat implikasi, “Jika 10 habis dibagi 2, maka 10 adalah bilangan genap “.
Dan hipotesis “10 habis dibagi 2 “, keduanya benar.
Maka menurut Modus Ponen, inferensi berikut :

“Jika 10 habis dibagi 2, maka 10 adalah bilangan genap. 10 habis dibagi 2. Karena itu, 10 adalah bilangan genap” adalah benar.

Inferensi di atas dapat dituliskan sebagai :

Jika 10 habis dibagi 2, maka 10 adalah bilangan genap
10 habis dibagi 2

---

$\therefore$ 10 adalah bilangan genap

2. **Modus *Tollen***

Kaidah ini didasarkan pada tautologi $[\sim q \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow \sim p$, Kaidah ini modus *tollens* ditulis dengan cara:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \underline{\sim q} \\ \therefore \sim p \end{array}$$

Contoh :

Misalkan implikasi “Jika *n* bilangan ganjil, maka *n*2 bernilai ganjil” dan hipotesis “*n*2 bernilai genap” keduanya benar. Maka menurut modus tollen, inferensi berikut

Jika *n* bilangan ganjil, maka *n*2 bernilai ganjil
*n*2 bernilai genap

---

$\therefore$ *n* bukan bilangan ganjil Adalah benar.

3. **Silogisme Hipotetis**

Kaidah ini didasarkan pada tautologi $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$. Kaidah silogisme ditulis dengan cara:

$p \rightarrow q$
$q \rightarrow r$
---
$\therefore p \rightarrow r$

Contoh :
Misalkan implikasi
"Jika saya belajar dengan giat, maka saya lulus ujian" dan implikasi "Jika saya lulus ujian, maka saya cepat menikah" adalah benar. Maka menurut kaidah silogisme, inferensi berikut :

Jika saya belajar dengan giat, maka saya lulus ujian
Jika saya lulus ujian, maka saya cepat menikah
---
$\therefore$ Jika saya belajar dengan giat, maka saya cepat menikah Adalah benar.

4. **Silogisme Disjungtif**

Kaidah ini didasarkan pada tautologi $[(p \vee q) \wedge \sim p] \rightarrow q$ . Kaidah silogisme disjungtif ditulis dengan cara:

$p \vee q$
$\sim p$
---
$\therefore q$

Inferensi berikut:
"Saya belajar dengan giat atau saya menikah tahun depan. Saya tidak belajar dengan giat. Karena itu, saya menikah tahun depan." Menggunakan kaidah silogisme disjungtif, atau dapat ditulis dengan cara:

Saya belajar dengan giat atau saya menikah tahun depan.
Saya tidak belajar dengan giat.
---
$\therefore$ Saya menikah tahun depan.

5. **Simplifikasi**

Kaidah ini didasarkan pada tautologi $(p \wedge q) \rightarrow p$, yang dalam hal ini, $p$ dan $q$ adalah hipotesis, sedangkan $p$ adalah konklusi. Kaidah simplifikasi ditulis dengan cara:

$$\frac{p \wedge q}{\therefore p}$$

Contoh :

Penarikan kesimpulan seperti berikut ini:

"Hamid adalah mahasiswa ITB dan mahasiswa Unpar. Karena itu, Hamid adalah mahasiswa ITB." menggunakan kaidah simplifikasi, atau dapat juga ditulis dengan cara:

Hamid adalah mahasiswa ITB dan mahasiswa Unpar.

---

$\therefore$ Hamid adalah mahasiswa ITB.

Simplifikasi berikut juga benar:

"Hamid adalah mahasiswa ITB dan mahasiswa Unpar. Karena itu, Hamid adalah mahasiswa Unpar karena urutan proposisi di dalam konjungsi $p \wedge q$ tidak mempunyai pengaruh apa-apa.

6. **Penjumlahan**

Kaidah ini didasarkan pada tautologi $p \rightarrow (p \vee q)$. Kaidah penjumlahan ditulis dengan cara:

$$\frac{p}{\therefore p \vee q}$$

Contoh :

Penarikan kesimpulan seperti berikut ini:

"Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit. Karena itu, Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit atau mengulang kuliah Algoritma." menggunakan kaidah penjumlahan, atau dapat juga ditulis dengan cara:

Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit.

---

$\therefore$ Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit atau mengulang kuliah Algoritma

7. **Konjungsi**

Kaidah ini didasarkan pada tautologi $((p) \wedge (q)) \rightarrow (p \wedge q)$. Kaidah konjungs ditulis dengan cara:

$p$

$q$

---

$\therefore p \wedge q$

Contoh :

Penarikan kesimpulan seperti berikut ini:

"Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit. Taslim mengulang kuliah Algoritma. Karena itu, Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit dan mengulang kuliah Algoritma" menggunakan kaidah konjungsi, atau dapat juga ditulis dengan cara:

Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit.

Taslim mengulang kuliah Algoritma.

---

$\therefore$ Taslim mengambil kuliah Matematika Diskrit dan mengulang kuliah Algoritma

Jika dibuat dalam bentuk tabel, aturan Inferensi tersebut dapat dilihat seperti berikut :

## Aturan Inferensi

| ***Aturan*** | ***Inferensi*** | |
|---|---|---|
| Modus Ponen | $p \rightarrow q$, $p$ } $\therefore q$ | |
| Modus Tolen | $p \rightarrow q$, $\sim q$ } $\therefore \sim p$ | |
| Penambahan | $p$ } $\therefore p \vee q$ | $q$ } $\therefore p \vee q$ |
| Simplifikasi | $p \wedge q$ } $\therefore p$ | $p \wedge q$ } $\therefore q$ |
| Silogisme Disjungsi | $p \vee q$, $\sim p$ } $\therefore q$ | $p \vee q$, $\sim q$ } $\therefore p$ |
| Silogisme Hipotesis | $p \rightarrow q$, $q \rightarrow r$ } $\therefore p \rightarrow r$ | |
| Konjungsi | $p$, $q$ } $\therefore p \wedge q$ | |

Langkah Penyelesaian :

1. Argumentasi
2. Tentukan Proposisi
3. Tentukan Fakta
4. Gunakan Aturan Inferensi
5. Kesimpulan

## C. Argumentasi dan Proposisi

- Premis adalah pernyataan.
- Argumen adalah usaha untuk mencari kebenaran dari pernyataan berupa kesimpulan dengan berdasarkan kebenaran dari satu kumpulan pernyataan.
- Konklusi adalah kesimpulan

Argumen adalah suatu deret proposisi yang dituliskan sebagai :

$$
\begin{array}{l}
p1 \\
p2 \\
. \\
. \\
. \\
pn \\
\hline
\therefore q
\end{array}
$$

yang dalam hal ini, $p1$, $p2$, …, $pn$ disebut hipotesis (atau premis), dan $q$ disebut konklusi.

Argumen ada yang sahih (*valid*) dan palsu (*invalid*). Kata "valid" tidak sama maknanya dengan "benar" (*true*).

Sebuah argumen dikatakan sahih jika konklusi benar bilamana semua hipotesisnya benar; sebaliknya argumen dikatakan palsu (*fallacy* atau *invalid*).

Contoh :
Diperlihatkan sebuah argumen :

"Jika air laut surut setelah gempa di laut, maka tsunami datang.
Air laut surut setelah gempa di laut. Karena itu tsunami datang."
Adalah sahih.
Penyelesaian:

Misalkan $p$ adalah proposisi "Air laut surut setelah gempa di laut" dan $q$ adalah proposisi "tsunami datang". Maka, argumen di dalam soal dapat ditulis sebagai

$$
\begin{array}{l}
p \rightarrow q \\
\underline{p \qquad} \\
\therefore q
\end{array}
$$

## LAPORAN PENDAHULUAN

1. Jelaskan pengertian dari inferensi?
2. Tuliskan dan jelaskan yang dimaksud dengan:
   a. Modus Ponen
   b. Silogisme Hipotesis
   c. Silogisme Disjungtif
   d. Simplifikasi
   e. Konjungsi

## LAPORAN AKHIR

1. Periksalah kesahihan argumen-argumen berikut:
   (a) Jika hari panas, Anton mimisan. Hari tidak panas. Oleh karena itu, Anton tidak mimisan.
   (b) Jika hari panas, Anton mimisan. Anton tidak mimisan. Oleh karena itu, hari tidak panas.
   (c) Jika Anton mimisan, maka hari panas. Hari tidak panas. Oleh karena itu, Anton mimisan.
   (d) Jika hari tidak panas, Anton tidak mimisan. Hari panas. Oleh karena itu, Anton mimisan.
   (e) Jika Anton tidak mimisan, hari tidak panas. Anton mimisan. Oleh karena itu, hari panas.